

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE

Versuch 2.3a:
 α -Spektroskopie

VERSUCHSAUSWERTUNG

Thomas Anthor

Betreuer: Kai Schweda

Versuchsdurchführung: 3.7.2000

Ziel des Versuches

In diesem Versuch soll das α -Spektrum des ^{241}Am gemessen sowie der Energieverlust der α -Teilchen in Luft untersucht werden. Dazu steht ein Halbleiterdetektor zur Verfügung, dessen Funktionsweise und Eigenschaften im Mittelpunkt des Versuches stehen.

Grundlagen

α -Zerfall (Gamow-Theorie)

Das α -Teilchen besteht aus zwei Protonen und zwei Neutronen. Unter bestimmten Umständen kann es vorkommen, daß ein solches Teilchen aus einem Atomkern emittiert wird:

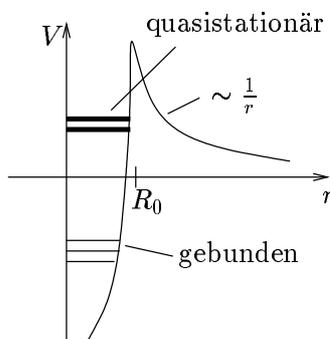


Abbildung 1: Potentialverlauf in Kernnähe

In Abbildung 1 ist der Potentialverlauf in der Nähe des Atomkerns zu sehen. R_0 ist dabei der Kernradius. Für $r > R_0$ wirkt die Coulomb-Kraft, für $r < R_0$ die Kernkräfte. Im Kern können nur Zustände existieren, deren Wellenfunktion die Schrödingergleichung

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r)) \Psi = 0$$

erfüllen. Sie stellen stehende Wellen im Kern dar. Zustände mit Energien kleiner Null nennt man *gebunden*, da sie den Potentialwall um den Kern nicht durchdringen können. Für Zustände mit positiven Energien gibt es quantenmechanisch betrachtet eine geringe Wahrscheinlichkeit, das Potential zu durchtunneln. Man nennt sie daher quasistationär. Der Tunneffekt ermöglicht also die Emission von α -Teilchen. Da nach der Schrödingergleichung nur ganz bestimmte Energie-Niveaus vorkommen können, ist das α -Spektrum diskret.

Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeitsamplituden hinter und vor dem Potentialwall heißt Transmissionskoeffizient. Er läßt sich unter der Voraussetzung einer dicken Potentialbarriere und einem Coulomb-Potential folgendermaßen ausdrücken:

$$T_\alpha = e^{-G}$$

$$\text{mit } G = \frac{2}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} Z_1 Z_2 e^2 \cdot \left(\arccos \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)} \right) \quad (\text{Gamow - Faktor})$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine α -Emission ist das Produkt aus dem Transmissionskoeffizient und der Wahrscheinlichkeit, daß eine α -Konfiguration im Kern gebildet wird.

Separiert man die Schrödingergleichung mit $\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$, so gehorcht $rR(r)$ der eindimensionalen Schrödingergleichung. Dabei tritt allerdings im Potential der Bahndrehimpuls-Term $V_l = (l(l+1)\hbar^2)/(2mr^2)$ auf, der in der Gamow-Theorie nicht berücksichtigt wird.

Die Energien von α -Teilchen liegen im Bereich von 2MeV bis 9MeV. In unserem Fall (^{241}Am) sind die Energien der stärksten α -Linien¹: 5.486MeV (86%), 5.443MeV (12.7%), 5.389 (1.3%), 5.545MeV (0.25%), 5.513MeV(0.12%). Das ^{241}Am zerfällt mit einer Halbwertszeit von 432 Jahren². Es entsteht ^{237}Np , das sich zunächst in einem angeregten Zustand befindet und unter Emission eines γ -Quants in den Grundzustand fällt.

¹Quelle: Datenblätter zum F-Praktikum

²Quelle: Nuklidkarte

Energieverlust von α -Strahlung

Teilchen hoher Energie, wie z.B. α -Teilchen, gehorchen beim Durchgang durch Materie nicht mehr dem exponentiellen Absorptionsgesetz. Sie geben ihre Energie zunächst langsam ab und verlieren dann am Ende ihrer Bahn die restliche Energie sehr schnell. Das liegt daran, daß schnelle Teilchen sich nur viel kürze Zeit im Einflußbereich der Stoßpartner befinden als langsame. Der differentielle Energieverlust von wird gut durch die *Bethe-Bloch-Gleichung* beschrieben³:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{Z_T z_\alpha^2 e^4 N_A m_\alpha}{8\pi\epsilon_0^2 \cdot m_e E_\alpha M_T} \ln\left(\frac{4m_e E_\alpha}{I_T \cdot m_\alpha}\right)$$

Dabei stehen der Index T für das Targetmaterial, der Index α für die einfallenden α -Teilchen. M_T ist die Molmasse, I_T die durchschnittliche Ionisierungsenergie.

Halbleiterdetektor

pn-Übergang

In Halbleiterkristallen besteht zwischen Valenz- und Leitungsband der Elektronenenergien eine Bandlücke von ca. 1eV. Elektronen aus dem Valenzband können ins Leitungsband angehoben werden, wenn ihnen dafür genügend Energie zur Verfügung steht (z.B. thermische Energie). Man erhält dann ein freies Leitungselektron und ein sog. *Loch*, d.h. einen freien Platz im Valenzband. Der umgekehrte Vorgang (Elektron fällt ins Valenzband zurück und füllt dabei sozusagen ein Loch auf) wird *Rekombination* genannt. Zwischen diesen beiden Effekten stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein. Da sich die Fermi-Kante gerade zwischen den beiden Bändern befindet, sind nur sehr wenige Zustände des Leitungsbandes besetzt.

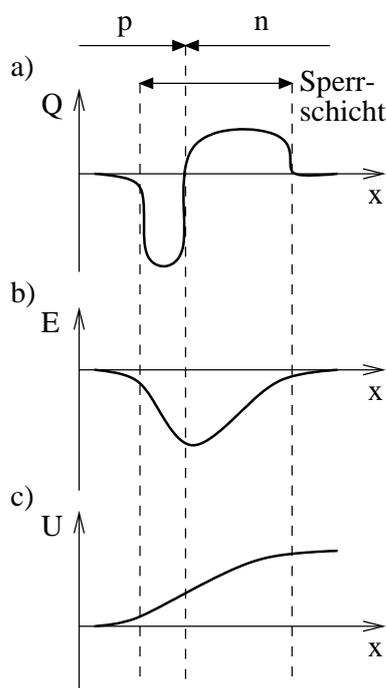


Abbildung 2: Sperrschicht. a) Ladungs-, b) Feld-, c) Potentialverlauf

Man kann in einen Halbleiter Fremdatome eindiffundieren lassen (Dotierung), die entweder von höherer oder niedrigerer Ordnung als die Gitteratome sind. Im ersten Fall (n-Dotierung) entsteht für das überschüssige Elektron ein neues Energieniveau nahe am Leitungsband (große Übergangswahrscheinlichkeit ins Leitungsband), im zweiten Fall (p-Dotierung) ein „Loch-Niveau“ nahe am Valenzband (große Wahrscheinlichkeit für eine Auffüllung mit Elektronen aus dem Valenzband). Man erhält demnach viele freie Elektronen in der n-Schicht und viele freie Löcher in der p-Schicht. (Die Löcher können sich „bewegen“, indem sie von benachbarten Elektronen aufgefüllt werden.) An der pn-Grenzschicht können die freien Elektronen des n-Bereichs mit den freien Löchern des p-Bereichs rekombinieren. Es entsteht ein Diffusionsstrom aufgrund des Konzentrationsgefälles der Ladungsträger. Dabei geht der n-Schicht negative Ladung, der p-Schicht positive Ladung verloren und es entsteht ein elektrisches Feld im Bereich der Grenzschicht, das der Diffusion entgegenwirkt. Den Bereich des elektrischen Feldes nennt man *Sperrschicht*. Das Potentialgefälle läßt sich veranschaulichen, wenn man sich die Fermi-Niveaus der beiden Schichten, die (wegen der zusätzlichen Energieniveaus) relativ zu den Bändern verschiedene Positionen aufweisen, im Gleichgewichtszustand als angeglichen vorstellt. Dann verschiebt sich zwangsläufig die Lage der Bänder der beiden Schichten zueinander. In Abbildung 2 sind Ladungsverteilung, Feld- und Potentialverlauf qualitativ dargestellt. Stellt man sich die Ladungsverteilung als solche „Rechtecke“ vor, so spricht man vom *Kastenmodell*. Im den negativ und positiv geladenen Be-

³Stöcker, Taschenbuch der Physik

reichen befinden sich gleich viele Ladungsträger. Die Breite dieser Bereiche kann man also durch unterschiedliche Dotierung variieren.

Detektoreigenschaften

Trifft ein schnelles Teilchen in die Sperrschicht, so löst es Elektronen aus dem Valenzband aus. Es entstehen also Elektronen-Löcher-Paare, deren Zahl der Energie des einfallenden Teilchens proportional ist. (Für Silizium beträgt die Energie zur Erzeugung eines Paares etwa 3.6eV, die Bandlücke etwa 1.1eV⁴. Die Differenz ergibt sich dadurch, daß zunächst noch Gitterschwingungen angeregt werden müssen.) Durch das elektrische Feld in der Sperrschicht werden die Ladungsträger getrennt und es entsteht ein kurzer Spannungsstoß. Um den pn-Übergang als Detektor einsetzen zu können, will man also erreichen, daß einfallende Teilchen ihre gesamte Energie in der Sperrschicht deponieren und davor möglichst wenig Energie verlieren. Daher legt man eine hohe Spannung in Sperrichtung des pn-Übergangs an, die die Grenzschicht ausdehnt. Wie oben beschrieben, kann die Breite der Sperrschicht auch über die Dotierungsstärke geändert werden. Es ist möglich, diese Schicht bis kurz vor die Oberfläche des Kristalls auszudehnen (Oberflächensperrschicht-Detektoren).

Die Energieauflösung eines Detektor-Systems wird durch verschiedene Effekte beeinflusst:

$$\Delta E^2 = \Delta E_{el}^2 + \Delta E_{st}^2 + \Delta E_{\alpha}^2$$

ΔE_{el} ist die durch das Rauschen der Elektronik bedingte Unschärfe. Sie kann ermittelt werden, indem ein Detektorpuls simuliert wird. ΔE_{st} stellt den Beitrag der statistischen Schwankung der Zahl von Elektronen-Loch-Paaren dar. Es gilt

$$\Delta E_{st} = 2.35 \cdot W \cdot \sqrt{F \cdot N} = \Delta E_{st} = 2.35 \cdot W \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_{\alpha}}{W}} = 2.35 \cdot \sqrt{F \cdot E_{\alpha} \cdot W}$$

Dabei sind W die Energie zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares und F der Fano-Faktor, eine materialabhängige Konstante, die zum Ausdruck bringt, daß es sich bei der Anzahl der Paare nicht um völlig unabhängige Ereignisse handelt. Für Silizium ist $F = 0.15$. Der Faktor 2.35 entsteht durch Umrechnung der Standardabweichung zur Halbwertsbreite. ΔE_{α} ist die durch die Dicke des Präparats entstehende Unschärfe. Je nach Ausdehnung der Quelle können die α -Teilchen noch vor Verlassen des Präparats Energie an umliegende Atome abgeben.

Versuchsauswertung

Eichung und Aufnahme des Spektrums

Zunächst wurde über eine Meßzeit von ca. 20 Minuten das Energiespektrum der α -Quelle aufgenommen.

Um den Kanälen die entsprechenden Energien zuzuordnen zu können, muß eine Eichung durchgeführt werden. Dazu wurde bereits während der Messung des Spektrums ein Pulsgenerator zugeschaltet, dessen Signale gleichzeitig im Spektrum ausgewertet wurden. Die Pulsgrößen (Ladungsmengen) konnten dabei in bestimmten Verhältnissen variiert werden. In Abbildung 3 sieht man deutlich die Linien des α -Präparats sowie die des Pulsers. Tabelle 1 zeigt die die Auswertung der Pulser-Linien. Dabei stellt Q die Ladungsmenge in einer willkürlichen Einheit dar. Zu jeder Linie wurden Schwerpunkt und FWHM bereits am Praktikumsrechner ermittelt. Während der Messung kam es plötzlich zu einer geringen Veränderung der Pulsgrößen, wahrscheinlich wegen der mechanisch recht empfindlichen Einstellung des Pulsers. Daher erkennt man (zumindest bei den höheren Energien) zwei nahe beieinanderliegende Pulse, von denen ich jeweils den etwas größeren Peak höherer Energie für die Rechnungen ausgewählt habe.

⁴Quelle: Kittel, Festkörperphysik

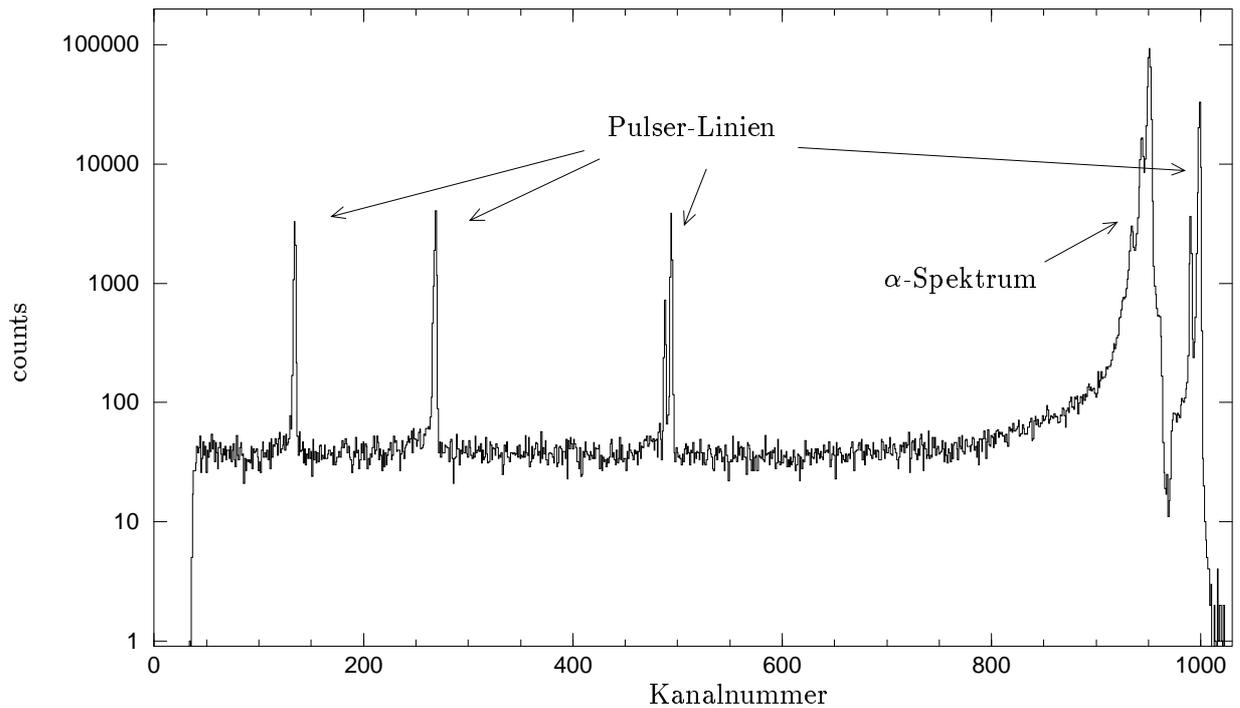


Abbildung 3: α -Spektrum mit Eich-Peaks

Q	Schwerpunkt	FWHM
8	998.57	2.40
4	494.05	1.93
2	268.72	2.16
1	134.18	2.20

Tabelle 1: Pulser-Linien zur Eichung

Um eine Zuordnung zwischen Kanalnummern und Energien durchführen zu können, soll ein Zusammenhang

$$k(E) = a \cdot E + b$$

gefunden werden. Stellt man die Puls-Schwerpunkte über den Intensitäten Q dar, so kann man den Wert $k(0)$ graphisch ermitteln. Eine lineare Regression liefert $b = 13.7 \pm 8.9$. Weiterhin wurde die Energie der prominenten α -Linie $E_\alpha = 5.486\text{MeV}$ als bekannt vorausgesetzt. Mit dem zugehörigen Peakmittelpunkt $k_{pr} = 950.62 \pm 2$ erhält man $a = (170.67 \pm 1.8)\text{MeV}^{-1}$. Also

$$k(E) = (170.67 \pm 1.8)\text{MeV}^{-1} \cdot E + (13.7 \pm 8.9)$$

oder

$$E(k) = (5.859 \pm 0.062)\text{keV} \cdot k - (80.3 \pm 53)\text{keV}.$$

Abbildung 5 zeigt nun eine vergrößerte Darstellung der α -Linien mit dieser Energieeichung. Berechnet man aus den im Praktikum bestimmten Schwerpunkten der Gauß-Peaks (im Meßprotokoll angegeben) nach diesem Zusammenhang die zugehörigen Energien, so erhält man die in Tabelle 2 angegebenen Ergebnisse. Die Abweichungen zu den Literaturwerten liegen alle in der Größenordnung von 0.1%, der angenommene Fehler beträgt dagegen immerhin rund 2%. Offensichtlich war

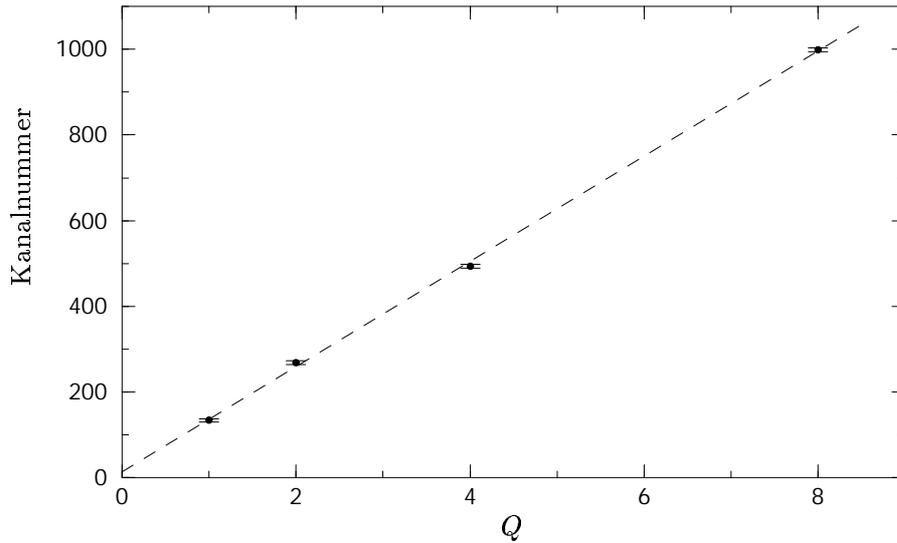


Abbildung 4: Bestimmung des Achsenschnittpunktes

dieser also recht großzügig geschätzt. Für die Peakmitten habe ich einen Fehler von ± 2 Kanalnummern angenommen, der Großteil des resultierenden Fehlers rührt aber noch von der sehr unsicheren Bestimmung des Geradenschnittpunktes bei der Eichung her.

Peak-Nr.	Messung		Literaturwerte	
	E_α [MeV]	Anteil [%]	E_α [MeV]	Anteil [%]
1	5.392 ± 0.111	1.35	5.389	1.3
2	5.450 ± 0.112	9.8	5.443	12.7
3	5.489 ± 0.112	88.8	5.486	86
4	5.548 ± 0.113	0.08	5.545	0.25

Tabelle 2: Identifizierte α -Linien

Unterschiede zur Gamow-Theorie können wahrscheinlich damit erklärt werden, daß diese wie schon beschrieben den zusätzlich im Potential auftretenden Drehimpulsterm nicht berücksichtigt. Dieser vergrößert die Potentialbarriere, so daß der tatsächliche Transmissions-Koeffizient kleiner sein sollte, als nach der Gamow-Theorie berechnet.

Beitrag des α -Präparats zur Linienbreite

Es soll nun berechnet werden, welcher Anteil der Linienbreite auf die Ausdehnung des α -Präparats zurückzuführen ist, also die Energieunschärfe, die die α -Teilchen bereits beim Verlassen der Quelle durch Stöße mit umliegenden Atomen aufweisen. Aus den oben genannten Überlegungen folgt für den Anteil des α -Präparats an der gesamten Linienbreite ΔE :

$$\Delta E_\alpha = \sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_{el}^2 - \Delta E_{st}^2}$$

Für die prominente Linie (5.486MeV) wurde die Halbwertsbreite am Praktikumsrechner mit 3.69 Kanalnummern gemessen. Da die umliegenden Peaks geringen Einfluß auf dieses Ergebnis haben, halte ich einen Fehler von 0.3 Kanalnummern für realistisch. Daraus folgt eine Linienbreite $\Delta E = (21.6 \pm 2.0)$ keV. Für den Einfluß des Rauschens der Elektronik wird die Halbwertsbreite der Pulser-Peaks angenommen. Ich verwende den Mittelwert 2.17 der Linien $Q = 8$ und $Q = 4$, da nur diese

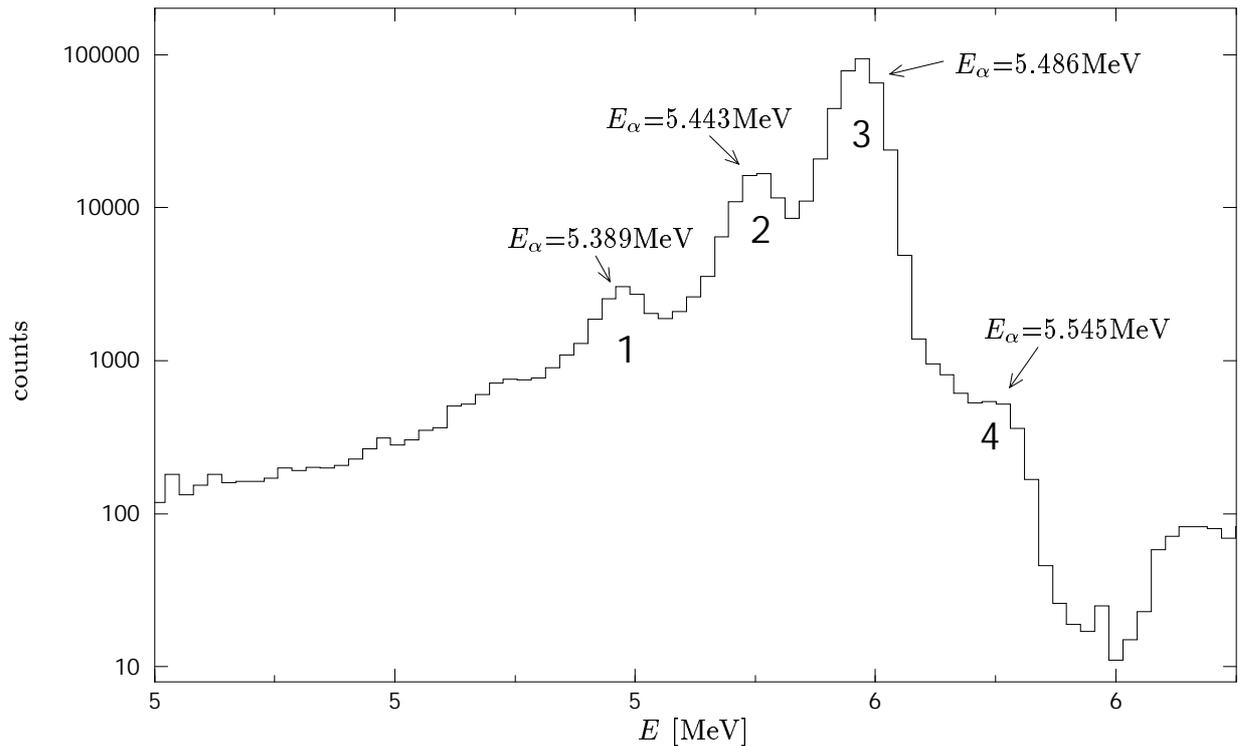


Abbildung 5: Das α -Spektrum. Es sind die zu den Peaks gehörenden Literaturwerte angegeben.

noch von den zu Anfang aufgenommenen Peaks etwas kleinerer Energie (s.o.) zu trennen sind. Auch hier nehme ich einen Fehler der Halbwertsbreiten von 0.3 Kanalnummern an und erhalte $\Delta E_{el} = (12.7 \pm 1.9)\text{keV}$. Als statistische Schwankung der Anzahl der Elektronen-Loch-Paare erhält man nach der oben genannten Gleichung (mit $F=0.15$) $\Delta E_{st} = 4.05\text{keV}$. Daraus ergibt sich

$$\Delta E_{\alpha} = (17.0 \pm 3.9)\text{keV}.$$

Energieverlust der α -Teilchen in Luft

Im zweiten Teil des Versuches wurde der differentielle Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ der α -Teilchen in Luft ermittelt. Dazu wurde die Apparatur wieder belüftet. Die Quelle wurde nun in mehreren Schritten von 5mm vom Detektor entfernt und die resultierenden Peaks im selben Spektrum aufgezeichnet. Die einzelnen α -Linien sind hier nicht mehr zu trennen, man erkennt nur noch einen großen Peak, der etwa der prominenten Linie entspricht. Abbildung 6 zeigt das Spektrum. Die Messung mußte zweimal durchgeführt werden, da die Daten der ersten Messung wegen eines Rechnerabsturzes verloren gingen. Im Meßprotokoll finden sich jedoch Ausdrücke beider Messungen.

Peak-Nr.	Schwerpunkt	E [MeV]
1	712 ± 2	4.091 ± 0.097
2	621 ± 2	3.558 ± 0.091
3	520 ± 2	2.966 ± 0.085
4	405 ± 2	2.293 ± 0.078
5	266 ± 2	1.478 ± 0.069
6	77 ± 2	0.371 ± 0.058

Tabelle 3: Energiemessung bei verschiedenen Abständen

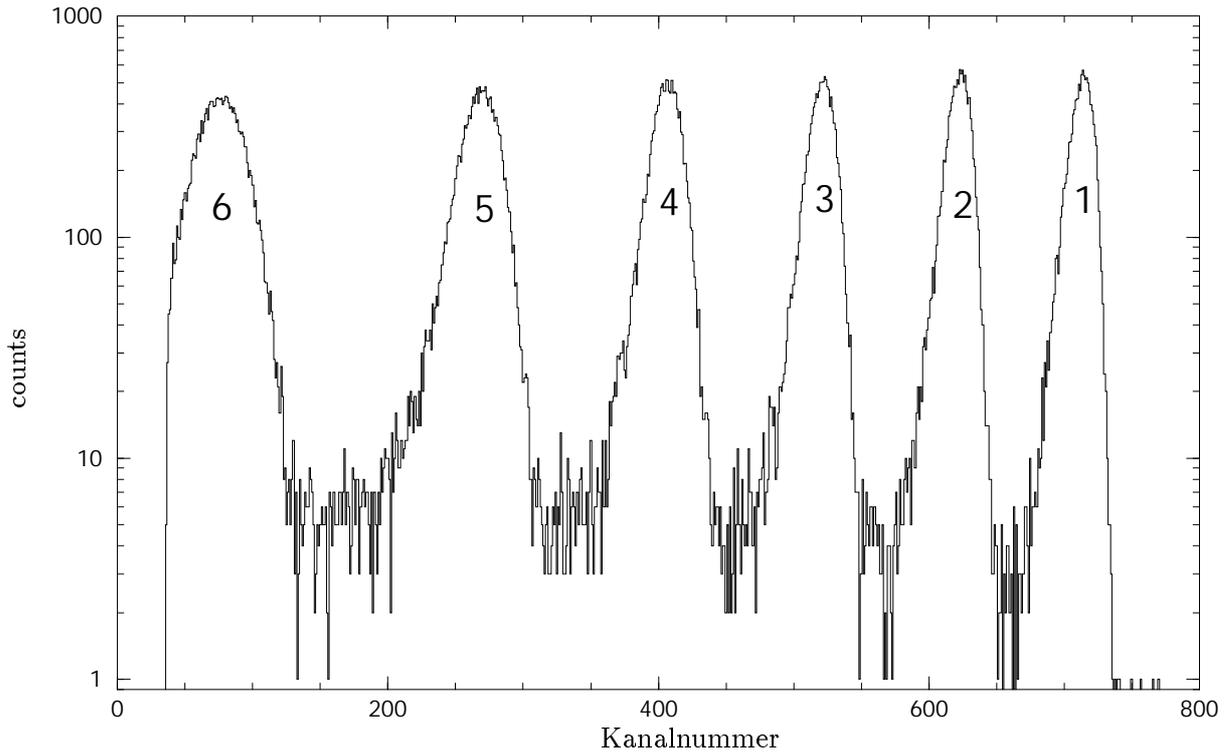


Abbildung 6: Messung der Energien bei unterschiedlichen Entfernungen

Um den Energieverlust zu bestimmen, habe ich zwischen je zwei der Peaks den Differenzenquotienten

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{E_2 - E_1}{5\text{mm}}$$

gebildet und der mittleren Energie zwischen den Peaks zugewiesen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 angegeben.

Peaks	\bar{E} [MeV]	Experiment $\Delta E/\Delta x$ [MeV/cm]	Bethe-Bloch dE/dx [MeV/cm]
1,2	3.825 ± 0.094	1.07 ± 0.36	0.985
2,3	3.262 ± 0.088	1.18 ± 0.38	1.098
3,4	2.630 ± 0.082	1.35 ± 0.35	1.267
4,5	1.886 ± 0.074	1.63 ± 0.36	1.564
5,6	0.925 ± 0.064	2.21 ± 0.30	2.298

Tabelle 4: Differenzenquotienten

Ich vergleiche die Meßergebnisse noch mit den Werten der Bethe-Bloch-Gleichung. Dazu gehe ich von folgenden Zahlenwerten aus⁵: $Z_T = 7.22$, $M_T = (0.8 \cdot 14 + 0.2 \cdot 16)\text{g}$ (80% N₂, 20% O₂), $z_\alpha = 2$, $m_\alpha = 4\text{u}$ sowie $I_T = 80.1\text{eV}$.

In Abbildung 7 ist die so berechnete Kurve in rot eingezeichnet, Tabelle 4 zeigt die zu den betrachteten Energien gehörigen Werte. Die experimentellen Ergebnisse stimmen im Rahmen der Fehler gut mit der Bethe-Bloch-Gleichung überein, wobei die experimentelle Kurve ein wenig fla-

⁵Quelle für Z_T und I_T : Siegbahn, Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy

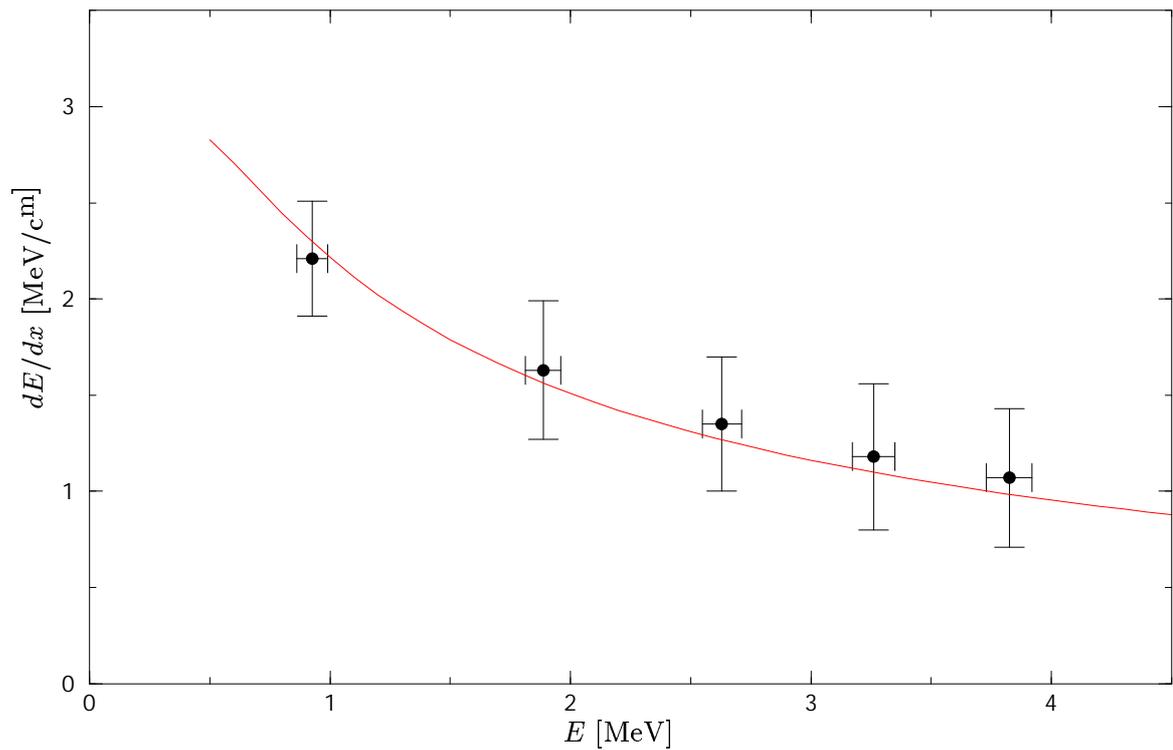


Abbildung 7: Energieverlust der α -Teilchen. Die rote Kurve wurde nach der Bethe-Bloch-Gleichung berechnet

cher zu verlaufen scheint. Es gibt hierfür mehrere mögliche Begründungen. Es wurde beispielsweise nicht berücksichtigt, inwiefern sich der über ein weites Steigungsdreieck ermittelte Differenzenquotient von der wirklichen Steigung der Kurve bei der angenommenen Energie unterscheiden kann. Außerdem könnten die oben genannten Parameter für die Bethe-Bloch-Gleichung zu ungenau abgeschätzt worden sein. Insgesamt stimmen die Ergebnisse des Experiments aber durchaus gut mit der Theorie überein.

Der letzte Versuchsteil (Messung der Kapazität des Detektors) wurde zugunsten einer Führung durch das Labor des Betreuers ausgelassen.